

Tabellen (Fortsetzung)

(25)	$\frac{1}{(s-b)^2 - a^2}$	$\frac{e^{bt} \cdot \sinh(at)}{a}$
(26)	$\frac{s-h}{(s-h)^2 - a^2}$	$e^{ht} \cdot \cosh(at)$
(27)	$\frac{1}{s(\sqrt{s^2 + 4a^2})}$	$\frac{\sin^2(at)}{2a^2}$
(28)	$\frac{s^2 + 2a^2}{s(\sqrt{s^2 + 4a^2})}$	$\cos^2(at)$
(29)	$\frac{s}{(\sqrt{s^2 + a^2})^2}$	$\frac{t \cdot \sin(at)}{2a}$
(30)	$\frac{s^2 - a^2}{(\sqrt{s^2 + a^2})^2}$	$t \cdot \cos(at)$
(31)	$\frac{s}{(\sqrt{s^2 - a^2})^2}$	$\frac{t \cdot \sinh(at)}{2a}$
(32)	$\frac{s^2 + a^2}{(\sqrt{s^2 - a^2})^2}$	$t \cdot \cosh(at)$
(33)	$\arctan\left(\frac{a}{s}\right)$	$\frac{\sin(at)}{t}$

## 5 Anwendungen der Laplace-Transformation

### 5.1 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

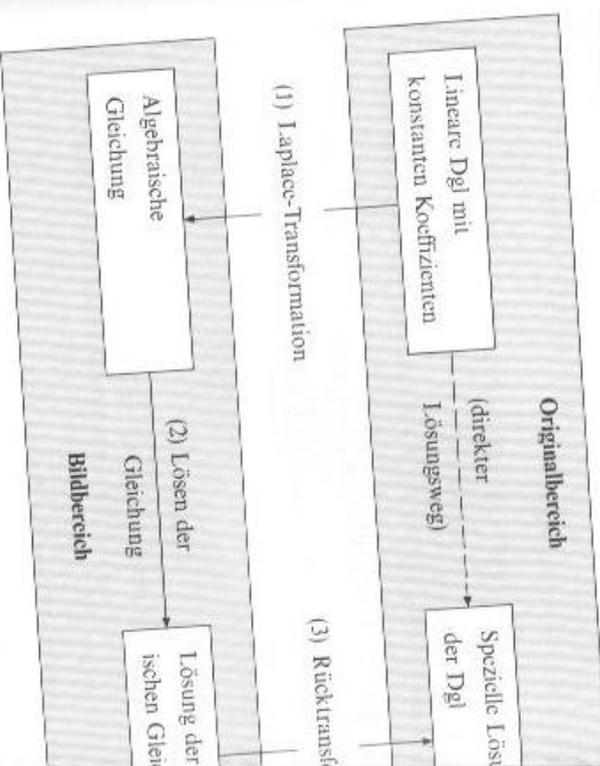
#### 5.1.1 Allgemeines Lösungsverfahren mit Hilfe der Laplace-Transformation

Mit den in den Anwendungen besonders wichtigen *linearen* Differentialgleichungen 1. und 2. Ordnung mit *konstanten* Koeffizienten haben wir uns bereits in Kapitel V aus-

### 5 Anwendungen der Laplace-Transformation

Die *allgemeine* Lösung enthält dabei noch *einen* bzw. *zwei* Integrationskonstanten *Parameter*.

Ein weiteres (insbesondere in der Elektrotechnik und Regelungstechnik weit verbreitetes) Lösungsverfahren liefert die *Laplace-Transformation*. Wie wir im einzelnen werden, gehen dabei in die *allgemeinen* Lösungen der Differentialgleichungen *Parameter* für  $t = 0$  als *Parameter* ein. Die *Integration* einer *linearen* Differentialgleichung mit *konstanten Koeffizienten* mit Hilfe der *Laplace-Transformation* liefert die *allgemeine Lösung* in *Abhängigkeit* von den *Anfangswerten*<sup>9)</sup>. Dieser in der ablaufende Lösungsweg läßt sich wie folgt schematisch darstellen:



Wir beschreiben noch kurz die einzelnen Rechenschritte:

- (1) Die *lineare* Differentialgleichung mit *konstanten* Koeffizienten an Anfangswerten wird zunächst mit Hilfe der Laplace-Transformation über *bräusche Gleichung 1. Grades*, d.h. in eine *lineare* Gleichung über
- (2) Als *Lösung* dieser Gleichung erhält man die Bildfunktion  $Y(s)$  (s. Lösung (Originalfunktion)  $y(t)$ ).
- (3) Durch *Rücktransformation* gewinnt man aus der Bildfunktion einer *Transformationsstabelle* (s. Abschnitt 4.2) und/oder *speziell* einer *Partialbruchzerlegung* die *gesuchte Lösung*  $y(t)$  der *gewünschten* *Wertausgabe*.

<sup>9)</sup> Wir lösen somit ein *Anfangswertproblem*.