# GET2-Klausur, Sommer 2001
# Musterlösung

## Aufgabe 1:

### 1.1

Zuerst werden die Zahlenwerte für die Impedanzen $\underline{Z}_i$ und $\underline{Z}_L$ ausgerechnet

$$\underline{Z}_i = 8\Omega - j\frac{1}{2 * \pi * 10^3/\mathrm{s} * 0,159 * 10^{-3}\mathrm{F}} = (8 - j * 1)\Omega, \tag{1}$$

wegen der Gleichheit der Kapazitäten können wir sofort schreiben

$$\underline{Z}_L = (\frac{1 * (-j)}{1 - j})\Omega = \frac{1}{2}(1 - j)\Omega. \tag{2}$$

Der Strom $\underline{I}_1$ ist

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_q}{\underline{Z}_i + \underline{Z}_L} = \frac{8\mathrm{V}}{(8 - j + 0,5 - j * 0,5)\Omega} = \frac{8}{8,5 - j * 1,5}\mathrm{A}. \tag{3}$$

Die Wirkleistung $P_W$ in der Last errechnet sich damit

$$\boldsymbol{P_W} = \frac{1}{2}\ |\underline{I}_1|^2 * Re(\underline{Z}_L) = \frac{1}{2}\ \frac{64}{(8,5^2 + 1,5^2)}\ \frac{1}{2}\ \mathrm{W} = \mathbf{0,21\ W} \tag{4}$$

### 1.2

Die verfügbare Leistung $P_V$ der Spannungsquelle $\underline{U}_q$ berechnet sich nach der Vorlesung zu

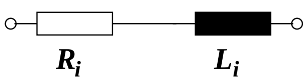
$$P_V = \frac{1}{8}\frac{|\underline{U}_q|^2}{R_i} = \frac{1}{8}\ \frac{64}{8}\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{W}. \tag{5}$$

Folglich ist der Wirkungsgrad $\eta$

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{P_W}{P_V} = \mathbf{0,21}. \tag{6}$$

### 1.3

Damit der Wirkungsgrad $\eta$ eins wird, muss zwischen Quelle und Last konjugiert komplexe Anpassung sein, d.h. die Quelle muss bei der gegebenen Last eine induktive Quellimpedanz haben.

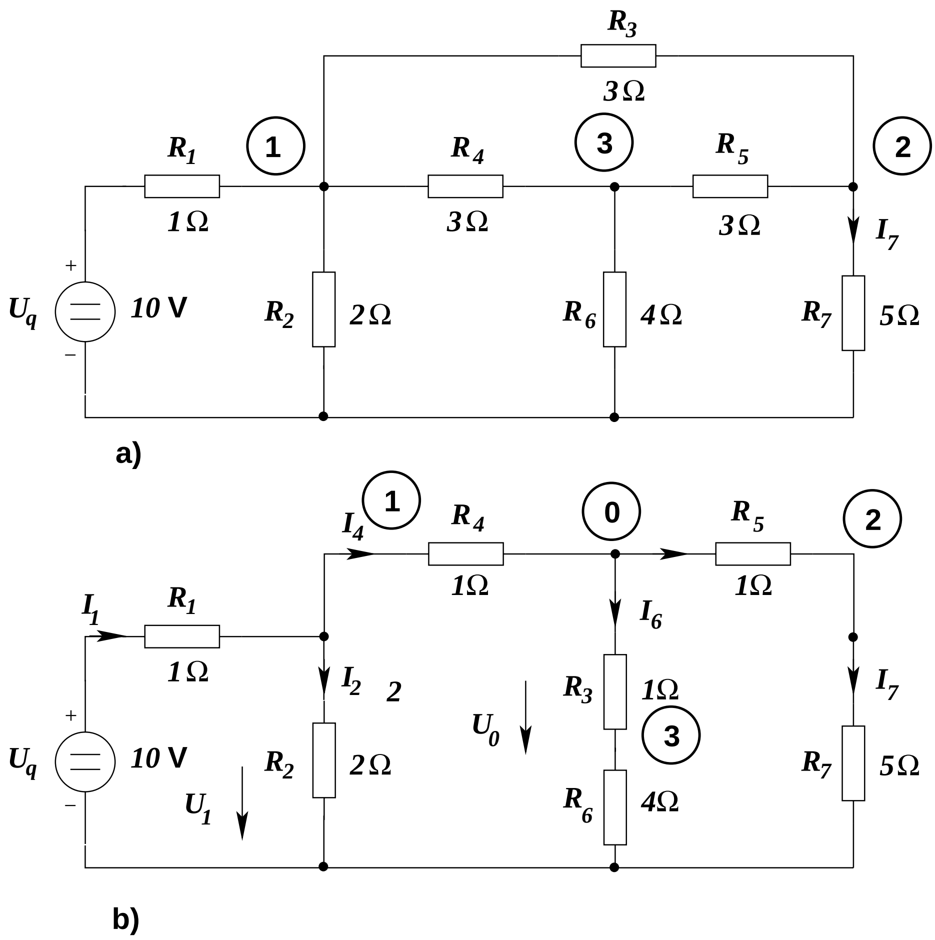



## Bild 1-1L

Mit der Forderung $\underline{Z}_i = \underline{Z}_L^* = 0,5\ (1 + j)\ \Omega$ folgt daraus

$$\boldsymbol{R_i} = \mathbf{0,5\ \Omega} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{L_i} = \frac{0,5\ \Omega}{2 * \pi * 10^3/s} = \mathbf{79,5\ \mu H}. \tag{7}$$

## Aufgabe 2:




### Bild 2-1L

Das Bild 2-1L b) zeigt die Umwandlung des Dreiecks $R_3$, $R_4$ und $R_5$ der ursprünglichen Schaltung Bild 2-1L a) in den Stern $R_4$, $R_3$ und $R_5$. Da alle Widerstände des Dreiecks gleich sind, sind es auch die des Sterns. Nach der Vorlesung gilt

$$R_{10} = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}} = \frac{3*3}{3+3+3}\ \Omega = 1\ \Omega = R_{20} = R_{30}. \tag{8}$$

In der Schaltung nach Bild 2-1L b) wurden die Widerstände umnumeriert sowie die Ströme und Spannungen eingezeichnet.
Wir beginnen mit einem angenommenen Startwert $\boldsymbol{I_{7s} = 1}$**A**!
Damit wird die Spannung

$$U_0 = 1\text{A}(5+1)\Omega = 6\ \text{V}, \tag{9}$$

der Strom

$$I_6 = \frac{6\ \text{V}}{5\ \Omega} = 1,2\ \text{A}, \tag{10}$$

wir erhalten

$$I_4 = I_6 + I_{7s} = 2,2\ \text{A}, \tag{11}$$

und daraus

$$U_1 = U_0 + I_4R_4 = 6\ \text{V} + 2,2\ \text{A} *\ 1\ \Omega = 8,2\ \text{V}, \tag{12}$$

folglich sind

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2} = \frac{8,2\ \text{V}}{2\ \Omega} = 4,1\ \text{A}, \tag{13}$$

und

$$I_1 = I_2 + I_4 = 4,1\ \mathrm{A} + 2,2\ \mathrm{A} = 6,3\ \mathrm{A}, \tag{14}$$

daraus ergibt sich eine scheinbar notwendige Spannung der Quelle von

$$U_{qs} = U_1 + I_1 R_1 = 8,2\ \mathrm{V} + 6,3\ \mathrm{A} *\ 1\ \Omega = 14,5\ \mathrm{V} \tag{15}$$

und damit erhalten wir den eigentlichen Wert der Stromes $I_7$

$$\boldsymbol{I_7} = I_{7s}\ \frac{U_q}{U_{qs}} = 1\ \mathrm{A}\frac{10\ \mathrm{V}}{14,5\ \mathrm{V}} = \mathbf{0,69\ A}, \tag{16}$$

## Aufgabe 3:

Den für die Lösung der Aufgabe wesentlichen Teil der Schaltung zeigt Bild 3-1L.

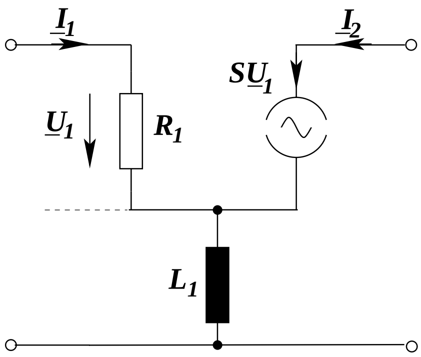



**Bild 3-1L**

Für die Berechnung der Ersatzimpedanzen $\underline{Z}_{Si}$ muss das Stromverhältnis $I_2/I_1$ bekannt sein. Aus der Schaltung nach Bild 3-1L lesen wir ab

$$\underline{I}_2 = S\underline{U}_1 = S\underline{I}_1 R_1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \underline{V}_i = SR_1 \tag{17}$$

und damit gilt nach der Vorlesung

$$\boldsymbol{\underline{Z}_{S1}} = \underline{Z}_S(1 + \underline{V}_i) = \boldsymbol{j\omega_0 L_1(1 + SR_1)} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\underline{Z}_{S2}} = \underline{Z}_S(1 + \frac{1}{\underline{V}_i}) = \boldsymbol{j\omega_0 L_1(1 + \frac{1}{SR_1})} \tag{19}$$

Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
Prof. Dr.-Ing. L.-P. Schmidt

**Lösungsbeispiele für die Aufgaben der Diplomprüfung GET2 am 30.Juli 2001**

**Aufgabe 4** (10 Punkte)

Umzeichnen der Schaltung zur Einführung der Symmetrieebene liefert:

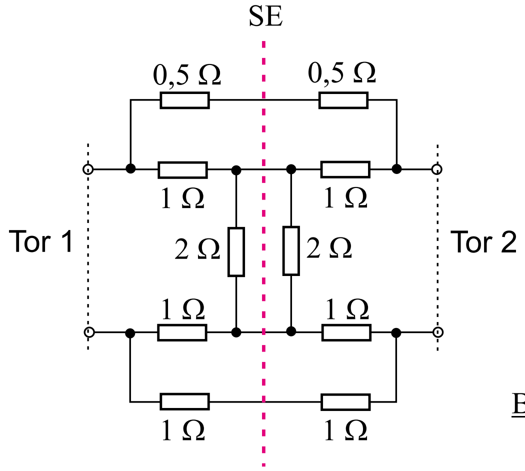



Bild 4-1

Leerlauf in der Symmetrieebene liefert die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_a$

Kurzschluss in der Symmetrieebene liefert die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_b$

Für die konkrete Schaltung ergibt sich $\underline{Z}_a = 4\ \Omega$, $\underline{Z}_b = 5/6\ \Omega$, also

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{1}{2}(Z_a + Z_b) = 2,42\ \Omega$$
$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{2}(Z_a - Z_b) = 1,58\ \Omega$$

**Aufgabe 5** (15 Punkte)

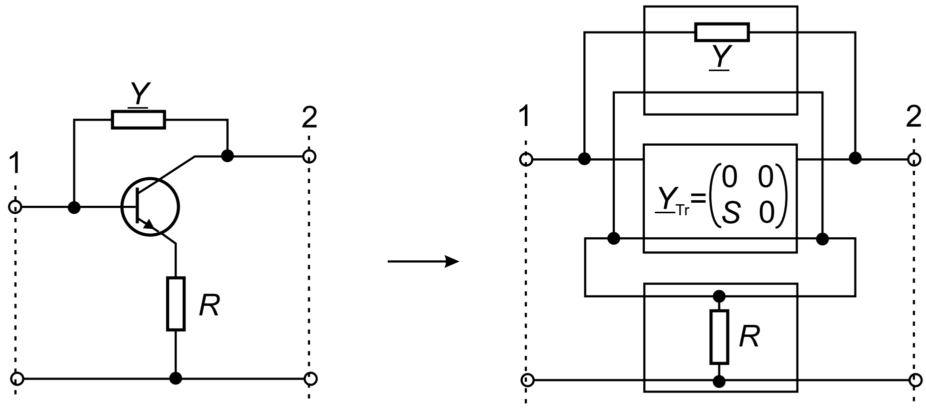



Bild 5-1

Längswiderstand mit der Amittanz $\underline{Y}$ und Transistor sind parallel geschaltet $\Rightarrow$ Addition der Admittanzmatrizen

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y} + \underline{Y}_{Tr}$$
$$\underline{Y}_1 = \begin{pmatrix} \underline{Y} & -\underline{Y} \\ -\underline{Y} & \underline{Y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ S & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y} & -\underline{Y} \\ \underline{S} - \underline{Y} & \underline{Y} \end{pmatrix}$$

Diese Admittanzmatrix wird nun in die Impedanzmatrix umgerechnet, gemäß

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{det\underline{Y}_1} \begin{pmatrix} \underline{Y}_{22} & -\underline{Y}_{12} \\ -\underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{11} \end{pmatrix}$$

Mit

$$det\underline{Y}_1 = \underline{Y}^2 + \underline{Y}S - \underline{Y}^2 = \underline{Y}S$$

folgt

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\underline{Y}S} \begin{pmatrix} \underline{Y} & \underline{Y} \\ \underline{Y} - S & \underline{Y} \end{pmatrix} = \frac{1}{S} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 - \frac{S}{Y} & 1 \end{pmatrix}$$

Nun muss noch der Widerstand $R$ (mit der Impedanzmatrix $\underline{Z}_2$ )in Reihe geschaltet, d.h., es müssen die Matrizen $\underline{Z}_1$ und $\underline{Z}_2$ zur Gesamtmatrix $\underline{Z}_{Ges}$ addiert werden.
Mit

$$\underline{Z}_2 = \begin{pmatrix} R & R \\ R & R \end{pmatrix}$$

folgt $$\underline{Z}_{Ges} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{S} + R & \frac{1}{S} + R \\ \frac{1}{S} + R - \frac{1}{\underline{Y}} & \frac{1}{S} + R \end{pmatrix}$$

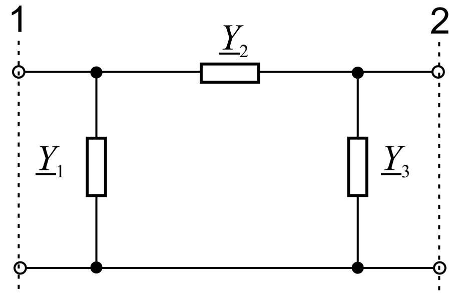
**Aufgabe 6** (12 Punkte)

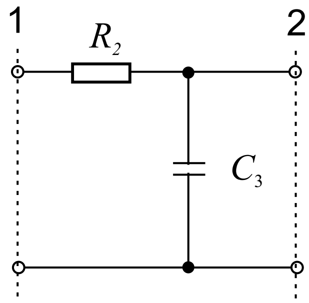
Bei der Frequenz $f$=1 MHz ist für ein 2-Tor folgende Admittanzmatrix gegeben:

$$\underline{Y} = \begin{pmatrix} 1\text{mS} & -1\text{mS} \\ -1\text{mS} & (1+j)\text{mS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix}$$

Die Realisierung erfolgt in Form einer $\pi$-Ersatzschaltung mit den folgenden Größen der Schaltungsbauelemente

$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_2 &= -\underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_3 &= \underline{Y}_{22} + \underline{Y}_{12} \end{aligned}$$




Damit ergibt sich:

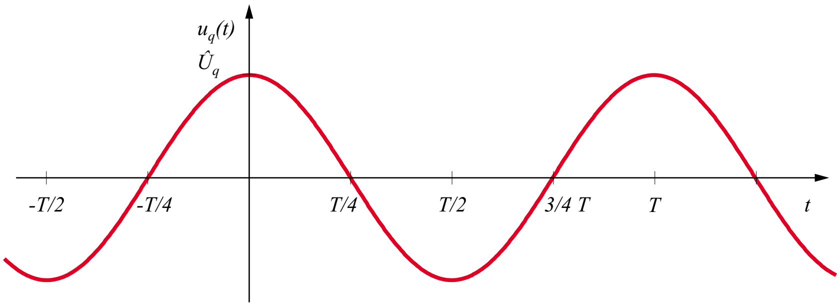
$$\begin{aligned} \underline{Y}_1 &= 0 \\ \underline{Y}_2 &= 1\text{mS} \\ \underline{Y}_3 &= 1\text{ mS} + j1\text{ mS} - 1\text{ mS} = j1\text{ mS} \end{aligned}$$

Und somit

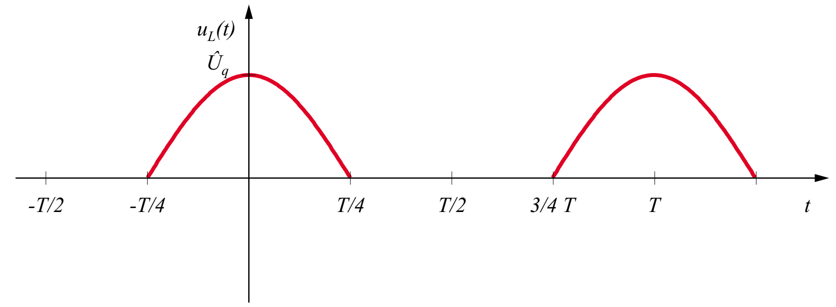
$$\begin{aligned} \underline{Y}_2 &= G_2 = 1\text{ mS} \Rightarrow R_2 = 1\text{ k}\Omega \\ B_3 &= \omega C_3 = 1\text{ mS} \Rightarrow C_3 = \frac{B_3}{\omega} = \frac{10^{-3}}{2\pi 10^{-6}} \Rightarrow C_3 = 160\text{ pF} \end{aligned}$$

## Aufgabe 7: Lösungsvorschlag (18 Punkte)

**7.1** (3 Punkte)




①




②

**7.2** (15 Punkte)

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} u_L(t')dt' = \frac{1}{T}\int_{-T/4}^{T/4} \hat{U}_q \cos(\omega_0 t)dt = \frac{2\hat{U}_q}{T}\cdot\frac{\sin(\omega_0 T/4)}{\omega_0} = \underline{\underline{\frac{\hat{U}_q}{\pi}}}$$ ④

$$a_1 = \frac{2}{T}\int_t^{t+T} u_L(t')\cos(\omega_0 t')dt' = \frac{2}{T}\int_{-T/4}^{T/4} \hat{U}_q \cos^2(\omega_0 t)dt = \frac{4\hat{U}_q}{T}\left[\frac{T}{8}+0\right] = \underline{\underline{\frac{\hat{U}_q}{2}}}$$ ④

$$a_k\Big|_{k\geq 2} = \frac{2}{T}\int_t^{t+T} u_L(t')\cos(k\omega_0 t')dt' = \frac{2}{T}\int_{-T/4}^{T/4} \hat{U}_q \cos(\omega_0 t)\cos(k\omega_0 t)dt =$$

$$= \frac{4\hat{U}_q}{T}\left[\frac{\sin\left[(k-1)\omega_0 t\right]}{2(k-1)\omega_0} + \frac{\sin\left[(k+1)\omega_0 t\right]}{2(k+1)\omega_0}\right]_0^{T/4} = \underline{\underline{\frac{\hat{U}_q}{2}\left[\frac{\sin\left[(k-1)\pi/2\right]}{(k-1)\pi/2} + \frac{\sin\left[(k+1)\pi/2\right]}{(k+1)\pi/2}\right]}}$$ ④

$\underline{\underline{b_k = 0}}$ da $u_L(t)$ gerade Funktion: $u_L(t) = u_L(-t)$ ①

$$\underline{\underline{u_L(t) = \frac{\hat{U}_q}{\pi} + \frac{\hat{U}_q}{2}\cos(\omega_0 t) + \frac{\hat{U}_q}{2}\sum_{k=2}^{\infty}\left[\frac{\sin\left[(k-1)\pi/2\right]}{(k-1)\pi/2} + \frac{\sin\left[(k+1)\pi/2\right]}{(k+1)\pi/2}\right]\cos(k\omega_0 t)}}$$ ②

---

weitere Vereinfachung war nicht verlangt:

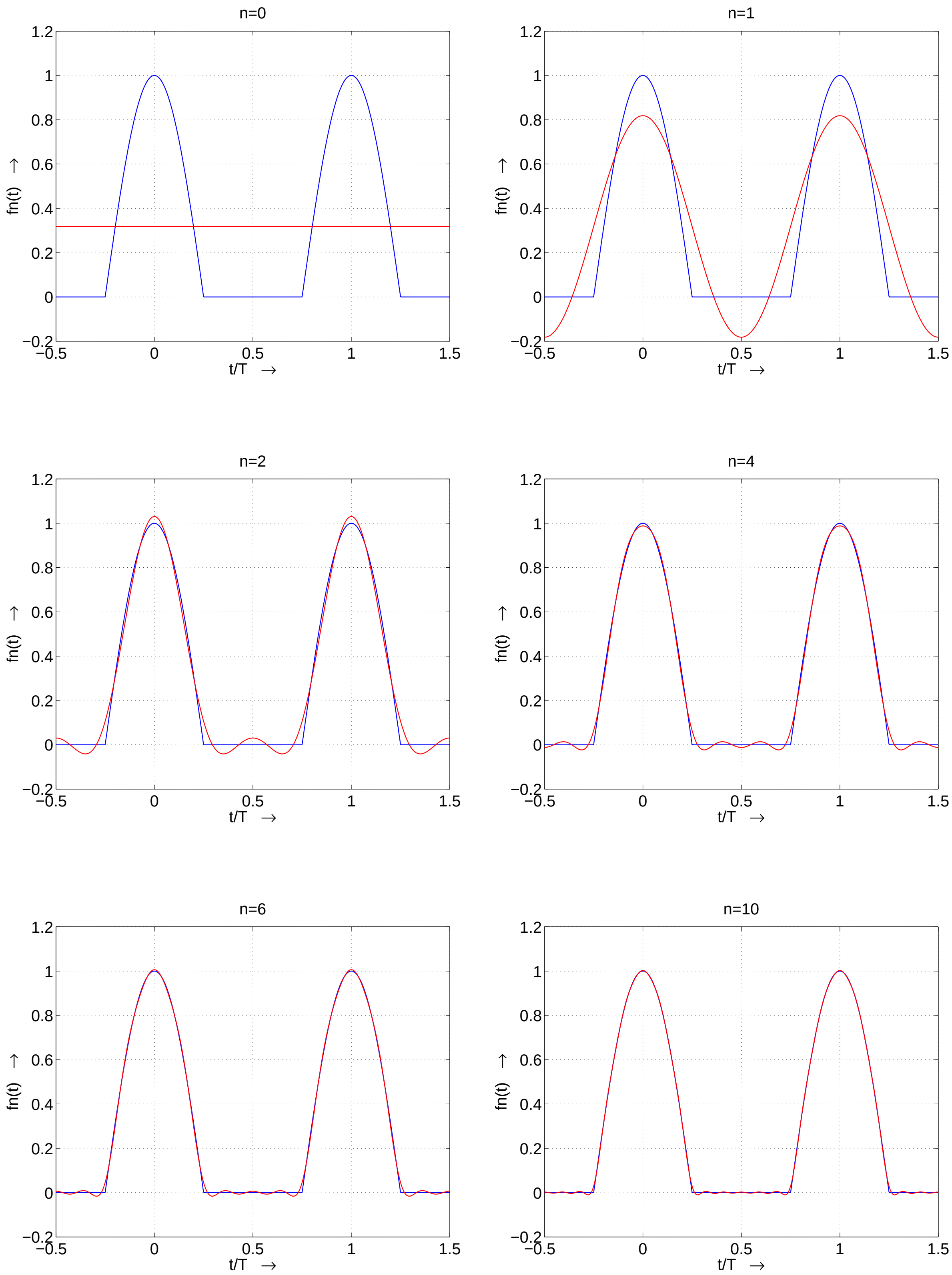
$$\left[\frac{\sin\left[(k-1)\pi/2\right]}{(k-1)\pi/2} + \frac{\sin\left[(k+1)\pi/2\right]}{(k+1)\pi/2}\right] = \frac{(k+1)\sin[(k-1)\pi/2] + (k-1)\sin[(k+1)\pi/2]}{\pi/2(k^2-1)} =$$

$$= \frac{(k+1)\sin(k\pi/2)\cos(\pi/2) - (k+1)\cos(k\pi/2)\sin(\pi/2) + (k-1)\sin(k\pi/2)\cos(\pi/2) + (k-1)\cos(k\pi/2)\sin(\pi/2)}{\pi/2(k^2-1)}$$

$$= \frac{-2\cos(k\pi/2)}{\pi/2(k^2-1)}$$

$$u_L(t) = \frac{\hat{U}_q}{\pi} + \frac{\hat{U}_q}{2}\cos(\omega_0 t) - \frac{2\hat{U}_q}{\pi}\sum_{k=2}^{\infty}\frac{\cos(k\pi/2)}{k^2-1}\cos(k\omega_0 t) =$$

$$= \hat{U}_q\left[\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}\cos(\omega_0 t) + \frac{2}{3\pi}\cos(2\omega_0 t) - \frac{2}{15\pi}\cos(4\omega_0 t) + \frac{2}{35\pi}\cos(6\omega_0 t) - \ldots\right]$$


n=0
n=1
n=2
n=4
n=6
n=10
fn(t) ↑
t/T →
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
−0.2
−0.5
0
0.5
1
1.5