

# Semestrale TMI/II für Elektrotechniker

Lehrstuhl für Technische Mechanik

Prof. Dr.-Ing. habil. G. Kuhn

28.07.2000

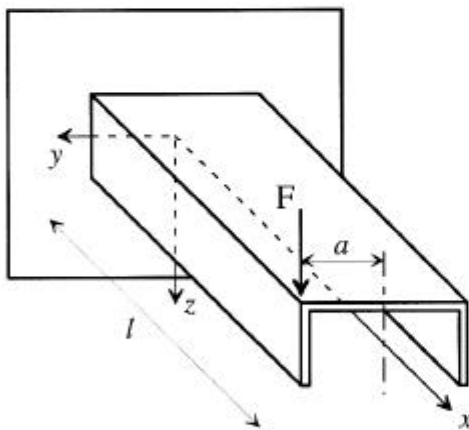
10:15 – 11:45

Hörsaal H9

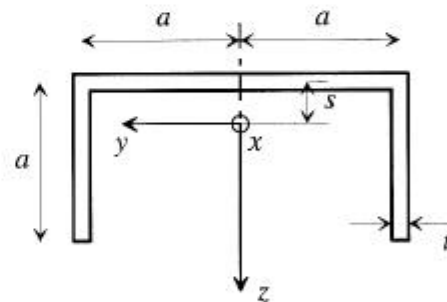
Alle Hilfsmittel sind zugelassen!

## 1. Aufgabe

Der gezeichnete Träger ist einseitig nicht wölbbehindert eingespannt und wird am anderen Ende durch die Kraft  $F$  in  $z$ -Richtung belastet, deren Wirklinie um  $a$  parallel zur Symmetrieebene verschoben ist. Der Träger habe den skizzierten dünnwandigen Querschnitt.



Querschnitt:



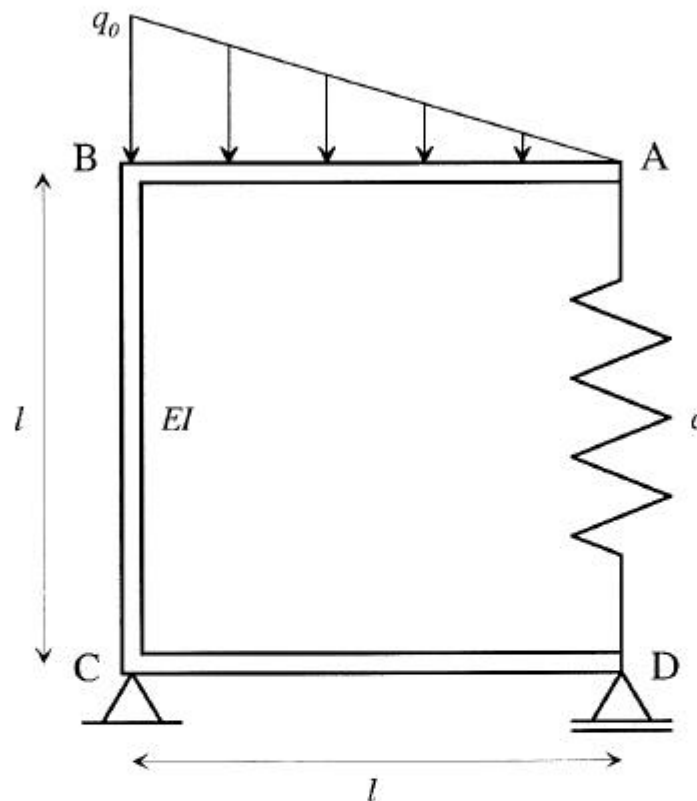
Gegeben:  $l$ ,  $a$ ,  $t = \frac{a}{10}$ ,  $F$

Berechnen Sie:

- 1.1 für den Träger den Querkraft-, Biegemoment- und Torsionsmomentverlauf (Skizze!)
- 1.2 für den Querschnitt des Trägers den Schwerpunktabstand  $s$  und die axialen Flächenträgheitsmomente  $I_{yy}$  und  $I_{zz}$
- 1.3 den Betrag der maximalen Biegespannung  $|\sigma_{b_{max}}|$
- 1.4 den Betrag der maximalen Torsionsspannung  $|\tau_{t_{max}}|$
- 1.5 die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  nach der Schubspannungshypothese

## 2. Aufgabe

Der gezeichnete Rahmen ABCD ist in den Punkten C und D gelagert und durch die lineare Streckenlast beansprucht. Die Feder (Federkonstante  $c$ ) zwischen den Punkten A und D ist im unbelasteten Zustand spannungsfrei.



Gegeben:  $l$ ,  $q_0$ ,  $c = \frac{3EI}{7l^3}$ ,  $EI$

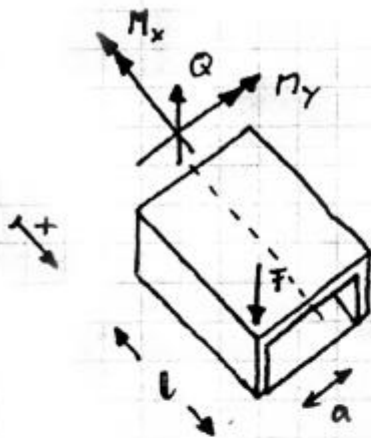
Berechnen Sie:

- 2.1 die Auflagerreaktionen in C und D
- 2.2 den Biegemomentenverlauf im Rahmen ABCD unter Vernachlässigung des Quer- und Normalkraftanteils in der komplementären Formänderungsenergie
- 2.3 die vertikale Verschiebung sowie die Neigung des Rahmens in A

Skizzieren Sie:

- 2.4 die Verformung des Rahmen

# 1. Aufgabe



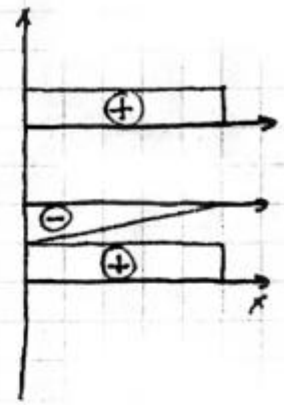
1.1

$$Q(x) = F$$

$$N_y(x) = -F(l-x)$$

$$M_x(x) = F \cdot a$$

↑  
(inklusive  
Skizze)



1.2

$$s = \frac{2 \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot \frac{a^2}{10}\right)}{\frac{4a^2}{10}} = \frac{a}{4}$$

$$I_{yy} = 2 \cdot \left\{ \frac{a^4}{120} + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \cdot \frac{a^2}{10} \right\} + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \cdot \frac{2a^2}{10}$$
$$= \frac{1}{24} a^4$$

$$I_{zz} = \frac{8a^4}{120} + \frac{2a^4}{10} = \frac{4}{15} a^4$$

1.3

$$|\sigma_{bmax}| = \frac{|M_{ymax}|}{I_{yy}} \cdot |z_{max}| = 18 \cdot \frac{F l}{a^3} \quad z_{max} = \frac{3}{4} a$$

1.4

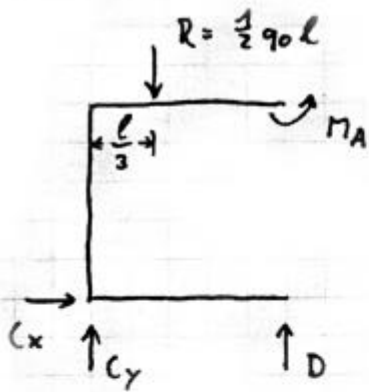
$$I_t = \frac{1}{3} \cdot \left( a \cdot \left(\frac{a}{10}\right)^3 + a \left(\frac{a}{10}\right)^3 + 2a \left(\frac{a}{10}\right)^3 \right) = \frac{4a^4}{3000}$$

$$|\tau_{tmax}| = \frac{|M_t|}{W_{t,gs}} = \frac{F \cdot a}{I_t / \frac{a}{10}} = 75 \frac{F}{a^2}$$

1.5

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{F}{a^3} \cdot \sqrt{324 l + 22500 a}$$

## 2. Aufgabe



2.1

$$\rightarrow C_x = 0$$

$$\uparrow C_y + D - R = 0$$

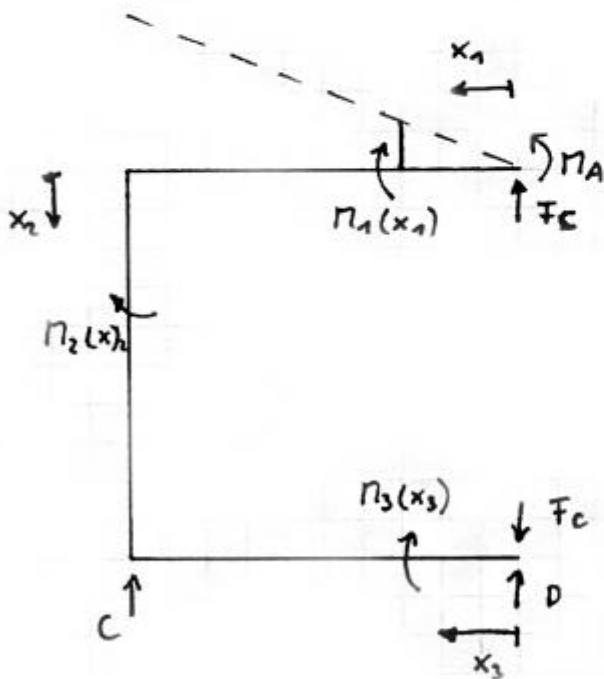
$$\curvearrowright D l - \frac{l}{3} R = 0$$

$$D = \frac{1}{6} q_0 l - \frac{M_A}{l}$$

$$C_y = \frac{1}{3} q_0 l + \frac{M_A}{l} = C$$

2.2 einfach innerlich statisch unbestimmtes System

$\Rightarrow$  statisch unbestimmte Federkraft  $F_c$



Federenergie:

$$\Pi_{\text{Feder}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_c^2}{C}$$

Bereich	$\Pi_i(x_i)$	$\frac{\partial \Pi_i(x_i)}{\partial F_c}$	$\frac{\partial \Pi_i(x_i)}{\partial M_A}$
1	$F_c \cdot x_1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{q_0 x_1^3}{l} + M_A$	$x_1$	1
2	$F_c \cdot l - \frac{1}{6} q_0 l^2 + M_A$	$l$	1
3	$\frac{1}{6} q_0 l x_3 - \frac{M_A}{l} x_3 - F_c x_3$	$-x_3$	$-\frac{x_3}{l}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial F_c} = 0 &= \frac{F_c}{c} + \frac{1}{EI} \int_0^l F_c x_1^2 - \frac{1}{6} \frac{q_0 x_1^4}{l} dx_1 \\ &+ \frac{1}{EI} \int_0^l F_c l^2 - \frac{1}{6} q_0 l^3 dx_2 \\ &+ \frac{1}{EI} \int_0^l -\frac{1}{6} q_0 l x_3^2 + F_c x_3^2 dx_3 \\ &= \frac{F_c}{c} + \frac{1}{EI} \left( F_c \cdot \frac{l^3}{3} - \frac{1}{30} \cdot q_0 l^4 + F_c l^3 - \frac{1}{6} q_0 l^4 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{18} q_0 l^4 + F_c \cdot \frac{l^3}{3} \right) \end{aligned}$$

$$F_c = \frac{\frac{23}{90} q_0 l^4}{\frac{EI}{c} + \frac{5}{3} l^3} = \frac{23}{360} q_0 l$$

Biegemomentverläufe aus Tabelle mit  $F_c$

2.3  $f_A = \frac{F_c}{c} = \frac{161}{1080} \cdot \frac{q_0 l^4}{EI}$  nach unten  $\nabla$

$$\begin{aligned} \psi_A &= \frac{\partial \Psi}{\partial \pi_A} \Big|_{\pi_A=0} = \\ &= \frac{1}{EI} \int_0^l F_c x_1 - \frac{1}{6} \frac{q_0 x_1^3}{l} dx_1 \\ &+ \frac{1}{EI} \int_0^l F_c l - \frac{1}{6} q_0 l^2 dx_2 \\ &+ \frac{1}{EI} \int_0^l -\frac{1}{6} q_0 x_3^2 + F_c \frac{x_3^2}{l} dx_3 \\ &= \frac{\frac{253}{540} q_0 l^6}{\frac{EI}{c} + \frac{5}{3} l^3} - \frac{19}{72} q_0 l^3 = -\frac{317}{2160} q_0 l^3 \end{aligned}$$

2.4

