Wie die Spannung ist auch der Gesamtstrom als Überlagerung einer vor- und einer rücklaufenden Stromwelle interpretierbar. Die physikalische Bedeutung des Minuszeichens vor dem 2. Term ist letztlich auf die Richtung des Energieflusses der reflektierten Welle in -z-Richtung zurückzuführen. Sowohl vor-, als auch rücklaufende Stromwellen sind mit der jeweiligen Spannungswelle über den Leitungswellenwiderstand Z_ℓ verknüpft. Es gilt also:

$$\frac{U^+}{I^+} = \frac{U^-}{I^-} = Z_\ell = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \tag{9.57}$$

Es ist nun zweckmäßig, zur Vereinfachung den folgenden Ansatz zu machen:

$$\frac{R'}{\omega L'} = \sinh(\delta_R) \quad \text{und} \quad \frac{G'}{\omega C'} = \cosh(\delta_G). \tag{9.58}$$

Für das Dämpfungs- und Phasenmaß sowie für die Phasengeschwindigkeit v und den Wellenwiderstand Z_ℓ können dann die Gleichungen

$$\alpha = \left(\frac{R'}{2\sqrt{L'/C'}} + \frac{G'}{2}\sqrt{\frac{L'}{C'}}\right) \cdot \frac{1}{\cosh\left(\frac{\delta_R - \delta_G}{2}\right)} \tag{9.59}$$

$$\beta = \omega\sqrt{L'C'} \cosh\left(\frac{\delta_R - \delta_G}{2}\right) \tag{9.60}$$

und

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \cdot \frac{1}{\cosh\left(\frac{\delta_R - \delta_G}{2}\right)} \tag{9.61}$$

$$Z_\ell = \frac{\sqrt{L'/C'}}{\cosh(\delta_G)} \cdot \left[\cosh\left(\frac{\delta_R + \delta_G}{2}\right) - j\sinh\left(\frac{\delta_R - \delta_G}{2}\right)\right] \tag{9.62}$$

abgeleitet werden [1].
Diese Gleichungen stellen für allgemeine 2-Draht-Leitungen unter den gemachten Voraussetzungen die exakte Lösung dar. Vereinfachend kann für fast alle technischen Leitungen bei nicht zu niedrigen Frequenzen ($f \gtrsim 10$ kHz die Näherung $\cosh\left(\frac{\delta_R - \delta_G}{2}\right) \approx 1$ gemacht werden. Aus (9.59)–(9.62) folgt dann für **verlustarme Leitungen**:

$$\alpha \approx \frac{R'}{2\sqrt{\frac{L'}{C'}}} + \frac{G'}{2}\sqrt{\frac{L'}{C'}} \tag{9.63}$$

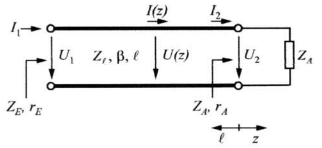
$$\beta \approx \omega\sqrt{L'C'} \tag{9.64}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} \approx \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \tag{9.65}$$

$$Z_\ell \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}} \tag{9.66}$$

Wie wir sehen, sind nun das Phasenmaß β und die Phasengeschwindigkeit v näherungsweise unabhängig von den Verlusten. Der Leitungswellenwiderstand Z_ℓ wird reell, was bedeutet, dass für eine rein fortschreitende Welle Spannung und Strom in Phase sind.

Bestimmung des Spannungs- und Stromverlaufs auf einer Leitung mit Hilfe des Smith-Diagramms



Spannung

$U(z) = U^+(0)\, e^{-j\beta z} + U^-(0)\, e^{j\beta z}$

$z = -\ell \quad \rightarrow \quad U(\ell) = U^+(0)\, e^{j\beta\ell} + U^-(0)\, e^{-j\beta\ell} = U^+(0)\, e^{j\beta\ell}\left(1 + r_A\, e^{-j2\beta\ell}\right)$

$$\boxed{\left|\frac{U(\ell)}{U^+(0)}\right| = \left|1 + r_A\, e^{-j2\beta\ell}\right| = |1 + r(\ell)|}$$

$$\left.\left|\frac{U}{U^+}\right|\right|_{Min} = 1 - |r_A| \qquad \left.\left|\frac{U}{U^+}\right|\right|_{Max} = 1 + |r_A| \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{|U|_{Max}}{|U|_{Min}} = \frac{1 + |r_A|}{1 - |r_A|} = s}$$

$$\boxed{|r_A| = \frac{s-1}{s+1}}$$

Entfernung $\frac{\lambda}{4}$

Spannungsminimum im Abstand $\ell_{\min}$ von Leitungsende:

$r(\ell = \ell_{\min}) = -|r_A| = -\frac{s-1}{s+1}$ und $Z(\ell_{\min}) = \frac{1}{s} \cdot Z_\ell \rightarrow m = \frac{1}{s} = \frac{Z(\ell_{\min})}{Z_\ell} = z_{\min}$

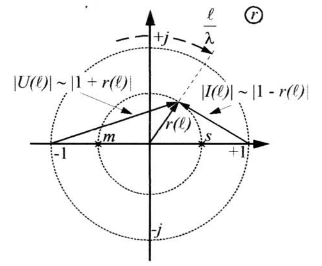
s: Stehwellenverhältnis $\qquad m$: Anpassungsmaß

Strom

$I(z) = I^+(0)\, e^{-j\beta z} - I^-(0)\, e^{j\beta z}$

$z = -\ell \quad \rightarrow \quad I(\ell) = I^+(0)\, e^{j\beta\ell} - I^-(0)\, e^{-j\beta\ell} = I^+(0)\, e^{j\beta\ell}\left(1 - r_A\, e^{-j2\beta\ell}\right)$

$$\boxed{\left|\frac{I(\ell)}{I^+(0)}\right| = \left|1 - r_A\, e^{-j2\beta\ell}\right| = |1 - r(\ell)|}$$



Leitungsresonatoren

	Parallelresonanz	Serienresonanz
Eingangsimpedanz -admittanz	$Y_E = \frac{1}{R} + j\omega C - j\frac{1}{\omega L} \approx \frac{1}{R} + j\frac{2Q_0\Delta\omega}{\omega_0 R}$	$Z_E = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} \approx R + j\frac{2RQ_0\Delta\omega}{\omega_0}$
Verlustleistung	$P_{Verl.} = \frac{1}{2}\frac{\lvert U\rvert^2}{R}$	$P_{Verl.} = \frac{1}{2}\lvert I\rvert^2 \cdot R$
gespeicherte magnet. Energie	$W_m = \frac{1}{4}\frac{\lvert U\rvert^2}{\omega^2 L}$	$W_m = \frac{1}{4}\lvert I\rvert^2 \cdot L$
gespeicherte elektr. Energie	$W_e = \frac{1}{4}\lvert U\rvert^2 \cdot C$	$W_e = \frac{1}{4}\lvert I\rvert^2 \frac{1}{\omega^2 C}$
Resonanzfrequenz	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Eigengüte	$Q_0 = \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}$	$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$

Tabelle 10.1: Wichtige Ergebnisse für Parallel- und Serienschwingkreise

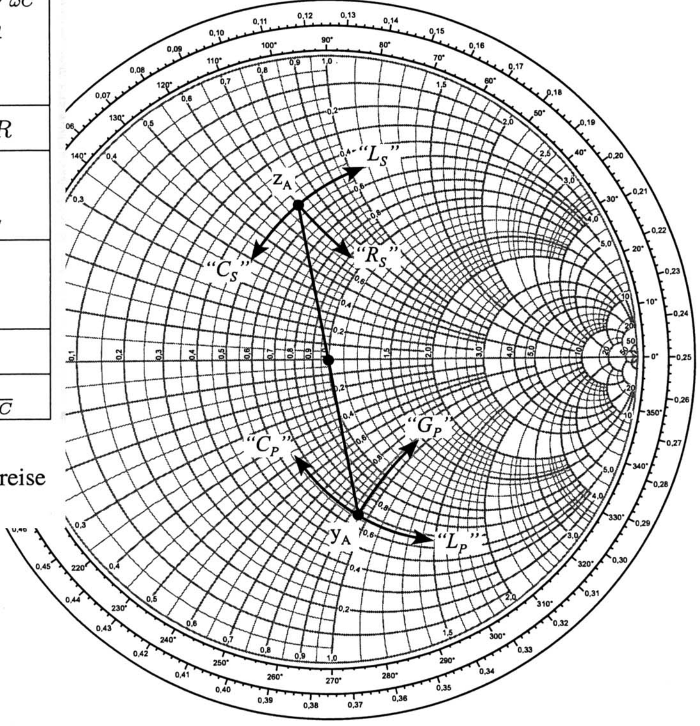


Abbildung 11.12: Transformation „konzentrierter" Bauelemente im z- und y-Diagramm