### $H_{10}$-Welle im Rechteckhohlleiter

Wegen der besonderen Bedeutung der $H_{10}$-Welle wollen wir für sie die wichtigsten Beziehungen, etwas umformuliert, nochmals zusammenstellen:

$$H_z = A_{10} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta z} \tag{12.129}$$

$$E_y = -jZ_F \cdot w \cdot A_{10} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta z} \tag{12.130}$$

$$H_x = j\sqrt{w^2-1} \cdot A_{10} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta z} \tag{12.131}$$

$$E_x = E_z = H_y = 0 \tag{12.132}$$

$$q_{H_{10}} = \frac{\pi}{a} \quad ; \quad f_{cH10} = \frac{v}{2a} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \cdot 2a} \tag{12.133}$$

$$\beta_{H_{10}} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \tag{12.134}$$

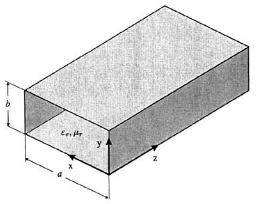
$$\frac{\lambda_{H_{10}}}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda \cdot \beta_{H_{10}}} = \frac{1}{\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}} \quad \text{mit } \lambda = \frac{c_0}{f \cdot \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} \tag{12.135}$$

$$Z_{F_{H_{10}}} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta_{H_{10}}} = Z_F \cdot \frac{\lambda_{H_{10}}}{\lambda} \tag{12.136}$$

Wie üblich gilt auch bei obigen Gleichungen $w = f/f_{cH10}$ und $Z_F = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$.
Zur besseren Veranschaulichung des Feldzustands der betrachteten Welle ist dieser für eine sich in $+z$-Richtung ausbreitende, rein fortschreitende Welle in Abbildung 12.10 perspektivisch ausschnittsweise dargestellt. Aus dieser Darstellung ist auch der an der Innenseite der Leiteroberflächen fließende Strom ersichtlich. Bekanntlich ist die Flächenstromdichte $\vec{J}_F$ im Metall mit der tangentialen Magnetfeldstärke an der Oberfläche verknüpft gemäß $\vec{J}_F = \vec{H} \times \vec{n}$, mit $\vec{n}$ dem Normalen-Einheitsvektor, der vom Dielektrikum auf die Metalloberfläche zeigt. Diese Flächenstromdichte ist also betrags- und dimensionsgleich mit dem an dieser Stelle vorzufindenden (tangentialen) Magnetfeld und steht senkrecht auf diesem.

## $H_{10}$-Welle im Rechteckhohlleiter

**Geometrie und Koordinatensystem:**



**Feldstärken:**

$$H_z = A_{10} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta z}$$
$$E_y = -jZ_F \cdot w \cdot A_{10} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta z}$$
$$H_x = j\sqrt{w^2-1} \cdot A_{10} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot e^{-j\beta z}$$
$$E_x = E_z = H_y = 0$$

**Eigenwert und Grenzfrequenz:**

$$q_{H_{10}} = \frac{\pi}{a} \quad ; \quad f_{cH10} = \frac{v}{2a} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \cdot 2a}$$

**Phasenmaß und Hohlleiterwellenlänge:**

$$\beta_{H_{10}} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$
$$\frac{\lambda_{H_{10}}}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda \cdot \beta_{H_{10}}} = \frac{1}{\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}} \quad \text{mit } \lambda = \frac{c_0}{f \cdot \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

**Feldwellenwiderstand:**

$$Z_{F_{H_{10}}} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta_{H_{10}}} = Z_F \cdot \frac{\lambda_{H_{10}}}{\lambda}$$

Wie üblich gilt auch bei obigen Gleichungen $w = f/f_{cH10}$ und $Z_F = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$.

**Wirkleistung der vorlaufenden Welle:**

$$P_p = \frac{ab}{4} \cdot \frac{1}{Z_{F_{H_{10}}}} \cdot |E_y(x=a/2)|^2 = \frac{ab}{4} \cdot Z_{F_{H_{10}}} \cdot |H_x(x=a/2)|^2$$

**genormter Betriebsfrequenzbereich:** für $a/b \approx 2$:

$$1,25 f_c \le f \le 1,9 f_c$$

| $H_{mn}$ – Feldtyp | $E_{mn}$ – Feldtyp |
|---|---|
| $k = \omega \cdot \sqrt{\mu\varepsilon}$ | $k = \omega \cdot \sqrt{\mu\varepsilon}$ |
| $q_H = \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$ | $q_E = \pi \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$ |
| $f_c = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} \cdot q_H$ | $f_c = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} \cdot q_E$ |
| $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{q_H^2 - k^2}$ | $\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{q_E^2 - k^2}$ |
| $Z_{FH} = \Gamma_H + j\chi_H = j\frac{\omega\mu}{\gamma}$ | $Z_{FE} = \Gamma_E + j\chi_E = -j\frac{\gamma}{\omega\varepsilon}$ |
| $\alpha = q_H \cdot \sqrt{1-w^2}$ für $w < 1$ | $\alpha = q_E \cdot \sqrt{1-w^2}$ für $w < 1$ |
| $\chi_H = Z_F \cdot \frac{w}{\sqrt{1-w^2}}$ für $w < 1$ | $\chi_E = -Z_F \cdot \frac{\sqrt{1-w^2}}{w}$ für $w < 1$ |

mit $w = f/f_c$; $Z_F = Z_0 \cdot \sqrt{\mu_r/\varepsilon_r}$; $Z_0 = 120\pi\ \Omega$

| | |
|---|---|
| $\beta = q_H \cdot \sqrt{w^2-1}$ für $w > 1$ | $\beta = q_E \cdot \sqrt{w^2-1}$ für $w > 1$ |
| $\lambda_H = 2\pi/\beta$ für $w > 1$ | $\lambda_E = \lambda_H = 2\pi/\beta$ für $w > 1$ |
| $\Gamma_H = Z_F \cdot \frac{w}{\sqrt{w^2-1}}$ für $w > 1$ | $\Gamma_E = Z_F \cdot \frac{\sqrt{w^2-1}}{w}$ für $w > 1$ |
| $E_z = 0$ | $E_z = B_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ |
| $H_z = A_{mn} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ | $H_z = 0$ |
| $E_x = j\frac{\omega\mu}{q_H^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot A_{mn} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ | $E_x = -j\frac{\beta}{q_E^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot B_{mn} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ |
| $E_y = -j\frac{\omega\mu}{q_H^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot A_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ | $E_y = -j\frac{\beta}{q_E^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot B_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ |
| $H_x = j\frac{\beta}{q_H^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot A_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ | $H_x = j\frac{\omega\varepsilon}{q_E^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot B_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ |
| $H_y = j\frac{\beta}{q_H^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot A_{mn} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ | $H_y = -j\frac{\omega\varepsilon}{q_E^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cdot B_{mn} \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot e^{-j\beta z}$ |
| $\alpha_D = \frac{k^2}{2\beta} \cdot \tan\delta_\varepsilon$ | $\alpha_D = \frac{k^2}{2\beta} \cdot \tan\delta_\varepsilon$ |