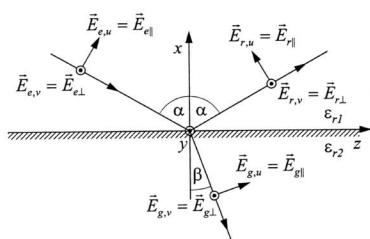


## Brechungsgesetz und Fresnelgesetze



Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n \quad (1)$$

Fresnelgesetze:

$$\frac{E_{r\parallel}}{E_{e\parallel}} = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} = \frac{n \cos \alpha - \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)^2}}{n \cos \alpha + \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)^2}} \quad (2)$$

$$\frac{E_{r\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (3)$$

$$\frac{E_{g\parallel}}{E_{e\parallel}} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} = \frac{2 \cos \alpha}{n \cos \alpha + \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)^2}} \quad (4)$$

$$\frac{E_{g\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \quad (5)$$

Brechzahl:  $n_\nu = \sqrt{\epsilon_{r\nu}}$ ,  $\nu = 1, 2$ ,  $n = \frac{n_2}{n_1}$

Wellenwiderstand:  $Z_\nu = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_{r\nu}}{\epsilon_{r\nu}}} = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_{r\nu}}{\epsilon_{r\nu}}}$

für  $\mu_r = 1$  gilt:  $Z_\nu = Z_0 / \sqrt{\epsilon_{r\nu}} = Z_0 / n_\nu$

mit  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376,7 \Omega$  (Freiraumwellenwiderstand)

Das Brechungsgesetz und die Fresnelgesetze gelten allgemein für  $n > \sin \alpha$ .

## Sonderfälle:

- Totalreflexion tritt für  $n = \frac{n_2}{n_1} < 1$  auf wenn gilt:  $\sin \alpha_T > n$
- Brewsterwinkel:  $E_{r\parallel} = 0$  für  $\tan \alpha_B = n$  ( $\alpha + \beta = 90^\circ$ )
- Senkrechter Einfall:  $\alpha = 0 \rightarrow E_{r\perp} = E_{r\parallel} = E_r$  und  $E_{g\perp} = E_{g\parallel} = E_g$   
Aus den Gleichungen (2) und (4) folgt für  $\alpha = 0$ :  
 $\frac{E_r}{E_e} = \frac{n-1}{n+1}$  und  $\frac{E_g}{E_e} = \frac{2}{n+1}$

## Phasenbeziehungen

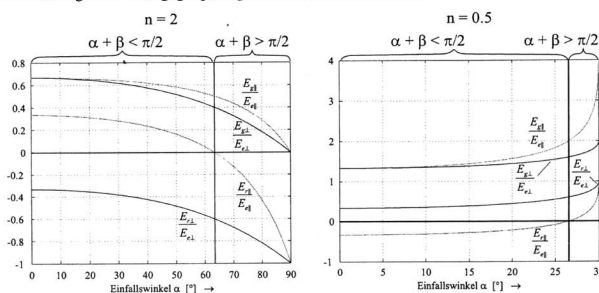
Die Größen  $E_{e\parallel}$ ,  $E_{e\perp}$ ,  $E_{r\parallel}$ ,  $E_{r\perp}$ ,  $E_{g\parallel}$  und  $E_{g\perp}$  in den Fresnelschen Gesetzen sind alle reell, sodass die einzelnen Feldanteile je nach Vorzeichen der jeweiligen Quotienten gleich oder gegenphasig sind. Für die in der Zeichnung festgelegten Bezugsrichtungen gelten folgende Phasenbeziehungen:

- $\frac{E_{r\parallel}}{E_{e\parallel}} > 0 \rightarrow E_{r\parallel}$  und  $E_{e\parallel}$  sind gegenphasig (Phasenprung bei der Reflexion!)
- $\frac{E_{r\perp}}{E_{e\perp}} > 0 \rightarrow E_{r\perp}$  und  $E_{e\perp}$  sind gleichphasig
- $\frac{E_{g\parallel}}{E_{e\parallel}} > 0 \rightarrow E_{g\parallel}$  und  $E_{e\parallel}$  sind gleichphasig
- $\frac{E_{g\perp}}{E_{e\perp}} > 0 \rightarrow E_{g\perp}$  und  $E_{e\perp}$  sind gleichphasig

Dabei müssen folgende Fälle unterschieden werden:

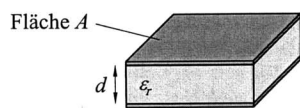
- $n > 1 \rightarrow \alpha > \beta$ 
  - $\alpha + \beta < \pi/2$
  - $\alpha + \beta > \pi/2$
- $n < 1 \rightarrow \alpha < \beta$ 
  - $\alpha + \beta < \pi/2$
  - $\alpha + \beta > \pi/2$

Aus den beiden folgenden Diagrammen ist zu erkennen, dass die gebrochene Welle immer gleichphasig zur einfallenden Welle ist, während die reflektierte Welle je nach Brechzahlunterschied und Einfallswinkel gleich- oder gegenphasig zur einfallenden Welle ist.



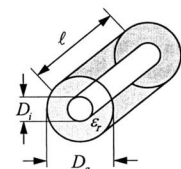
## 6.2.3 Kapazität einiger ausgewählter Strukturen

### Plattenkondensator



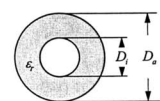
$$C = \epsilon \frac{A}{d} \quad (6.49)$$

### Zylinderkondensator



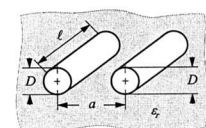
$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln\left(\frac{D_a}{D_i}\right)} \quad (6.50)$$

### Kugelkondensator



$$C = 2\pi\epsilon \frac{D_a \cdot D_i}{D_a - D_i} \quad (6.51)$$

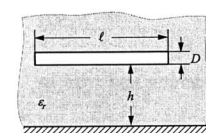
### Paralleldrahtleitung



$$C = \frac{\epsilon\pi\ell}{\ln\left(\frac{a+a'}{D}\right)} \quad (6.52)$$

mit:  $a' = \sqrt{a^2 - D^2}$

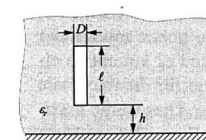
### Horizontaler Draht über Erde



$$C = \frac{2\pi\epsilon\ell}{\ln\left(\frac{4h}{D}\right)} \quad (6.53)$$

für  $D \ll h$ ,  $h \ll \ell$ ,  $\ell \ll \lambda$

### Vertikaler Draht über Erde

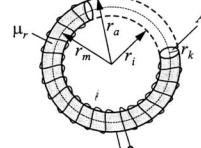


$$C = \frac{2\pi\epsilon\ell}{\ln\left(\frac{2\ell}{D\sqrt{4h+\ell}}\right)} \quad (6.54)$$

für  $D \ll \ell$ ,  $\ell \ll \lambda$

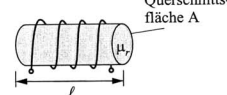
## 7.2.3 Induktivität einiger ausgewählter Strukturen

### Ringspule



$$L = \mu \frac{N^2 A}{2\pi r_m} \quad (7.53)$$

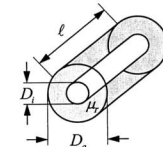
### Zylinderspule



$$L = \mu \frac{N^2 A}{\ell} \quad (7.54)$$

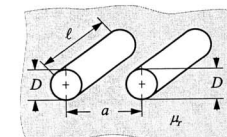
für  $\ell \gg \sqrt{A}$

### Koaxialleitung



$$L = \mu \frac{\ell}{2\pi} \ln\left(\frac{D_a}{D_i}\right) \quad (7.55)$$

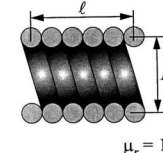
### Paralleldrahtleitung



$$L = \mu \frac{\ell}{\pi} \ln\left(\frac{a}{D} + \sqrt{\left(\frac{a}{D}\right)^2 - 1}\right) \quad (7.56)$$

$\approx \mu \frac{\ell}{\pi} \ln\left(\frac{2a}{D}\right)$  für  $a \gg D$

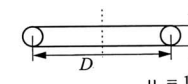
### Einlagige Zylinderspule



$$L = \mu_0 N^2 D \frac{1,73}{1 + 2,2 \left(\frac{\ell}{D}\right)} \quad (7.57)$$

für  $\ell > 0,4 D$

### Kreiswindung



$$L = \mu_0 \frac{D}{2} \left[ \ln\left(\frac{D}{d}\right) + 0,08 \right] \quad (7.58)$$

für  $D \gg d$