

Gestalt der Ortskurve bei Totzeit in $F_o(s)$?

Beispiel: Temperaturregelung mit $F_o(s) = \frac{V}{1+Ts} e^{-T_i s}$

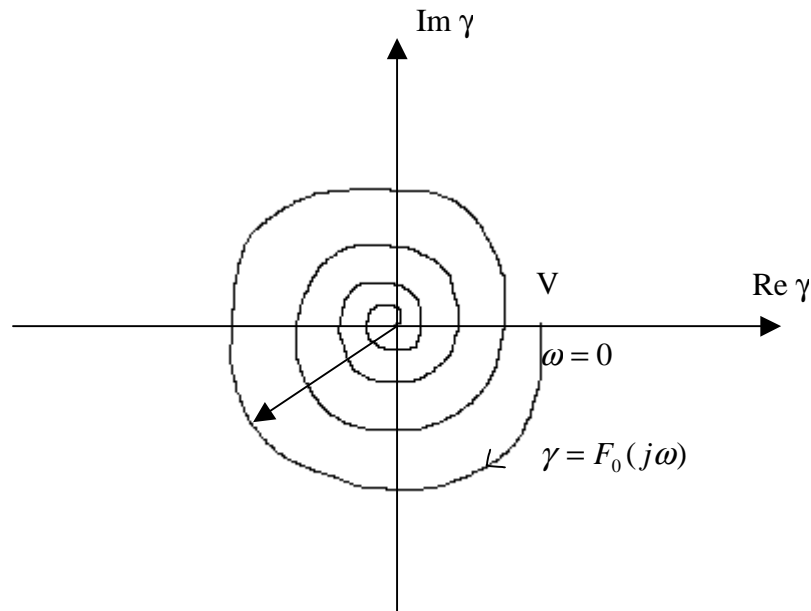
$s = j\omega \rightarrow$

$$F_o(j\omega) = \frac{V}{1+Tj\omega} e^{-T_i j\omega} \Rightarrow = V \quad \text{für } \omega=0$$

- $|F_o(j\omega)| = \frac{V}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \cdot 1 \rightarrow 0 \quad \text{für } \omega \rightarrow +\infty$

$$= 0^\circ \quad \text{für } \omega=0$$

- $\arg F_o(j\omega) = 0^\circ - \arctan T\omega - T_i \omega \rightarrow -\infty \quad \text{für } \omega \rightarrow +\infty$



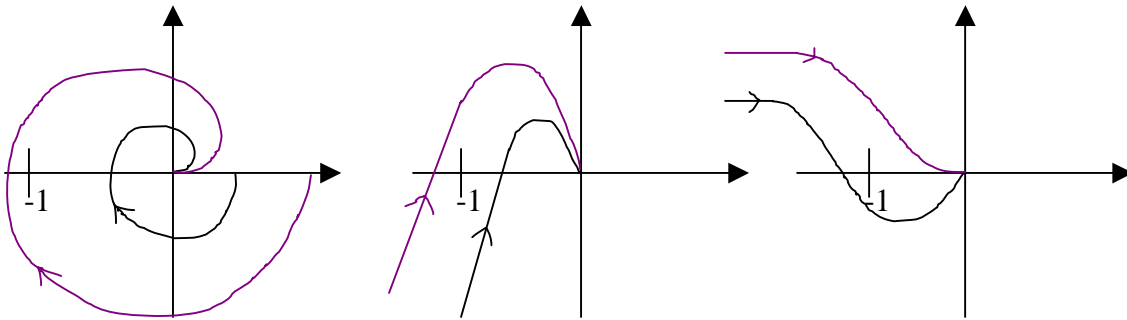
3.6 Das Nyquist-Kriterium (NK)

Gelten für die ÜF $F_o(s)$ des offenen Kreises die Voraussetzungen von Beiblatt 18, so ist der RK genau dann stabil, wenn die Ortskurve des offenen Kreises den Punkt -1 der Ortskurvenebene weder umschließt, noch durchdringt (oder einfacher ausgedrückt: wenn sie den Punkt -1 links liegen lässt).

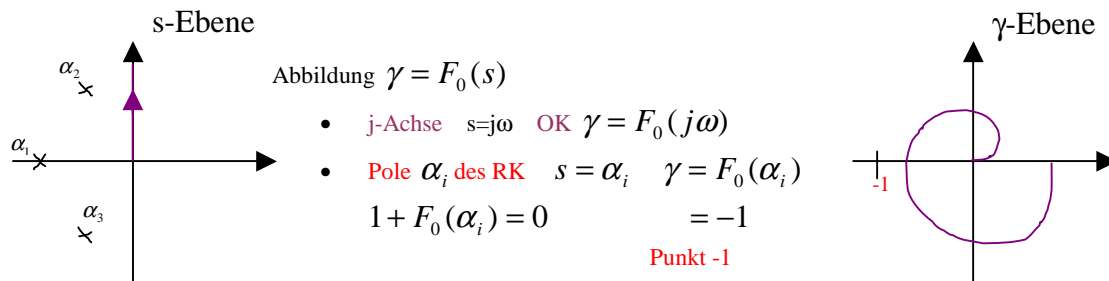
Nyquist-Kriterium (spezielle Form)

Falls Voraussetzung für $F_o(s)$ nicht erfüllt, allgemeine Form des NK verwenden (siehe Literatur).

Beispiele: — RK stabil — RK instabil



Plausibilitätserklärung zur Herleitung des NK aus dem grundlegenden Stabilitätskriterium:

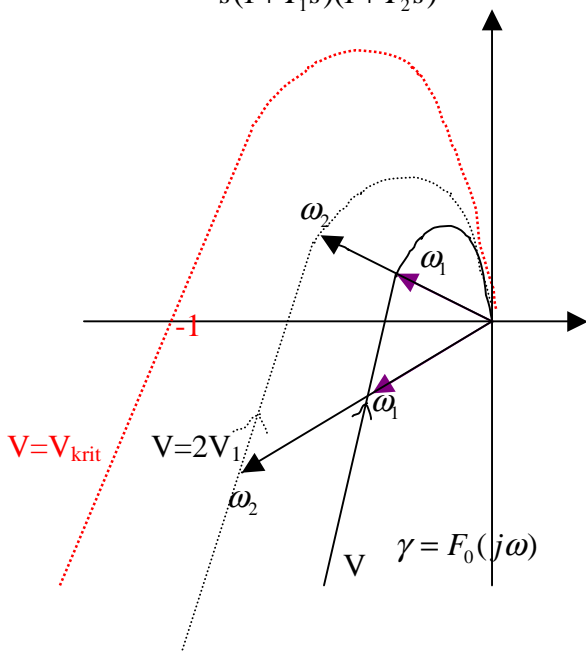


RK stabil, wenn seine Pole links der j-Achse liegen.

RK stabil, wenn der Pkt. -1 (Bild der Pole) links der OK (=Bild der j-Achse) liegt.

1. Beispiel zum NK: Geschwindigkeitsregelung (siehe Beiblatt 16)

$$F_0(s) = \frac{V}{s(1+T_1s)(1+T_2s)} : \text{Verzögerungssystem der Ordnung } n=3 \text{ mit I-Verhalten.}$$



Dabei gilt (allgemein):

$$r = |F_0(j\omega)| = V \cdot |\tilde{F}_0(j\omega)|$$

$$\varphi = \arg F_0(j\omega) = \arg V + \arg \tilde{F}_0(j\omega) = \arg \tilde{F}_0(j\omega)$$

für $V > 0$

⇒ Variation von V bläht die OK auf bzw. zieht sie zusammen.

⇒ Falls OK Schnittpunkt mit negativ reeller Achse besitzt, gibt es ein $V=V_{\text{krit}}$, bei der die OK durch den Pkt. -1 geht:

Stabilitätsgrenze. Dort gilt: $F_0(j\omega) = -1$

Hier gilt: $F_0(j\omega) = \frac{V}{j\omega(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)} \stackrel{!}{=} -1$; $V = (T_1 + T_2)\omega^2 - j\omega(1 - T_1T_2\omega^2)$

=>

- $\omega(1 - T_1T_2\omega^2) = 0 \Rightarrow \omega=0$ (keine Lösung, da $V_{krit}>0$ sein muss) oder $\omega^2 = \frac{1}{T_1T_2} = \omega_{krit}^2$
- $V = (T_1 + T_2)\omega^2 = \frac{T_1 + T_2}{T_1T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = V_{krit}$

Annahme (wegen $T_1 \ll T_2$): $T_1 = 0 \Rightarrow V_{krit} = \infty \Rightarrow$ RK wäre für alle $V>0$ stabil.

In Realität: $0 < T_1 \ll T_2 \Rightarrow V_{krit} \approx \frac{1}{T_1} < \infty \Rightarrow$ kleine Zeitkonstante begrenzt V nach oben und führt bei zu großem V zu Instabilität (ist aber bei großem V nicht mehr vernachlässigbar!)

Simulationen des Zeitverhaltens: siehe Beiblatt 20.

2. Beispiel zum NK: Temperaturregelung (siehe Beiblatt 16)

$F_0(s) = \frac{V}{1+Ts} e^{-T_i s}$: Totzeitsystem mit P-Verhalten /zugehörige OK siehe Abschnitt 3.4

An Stabilitätsgrenze muss gelten: $\underline{F_0(j\omega) \stackrel{!}{=} -1}$

- $|F_0(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \stackrel{!}{=} 1 \Rightarrow V = \sqrt{1+T^2\omega^2}$
- $\arg F_0(j\omega) = -\pi \Rightarrow 0 - \arctan T\omega - T_i\omega = -\pi \Rightarrow \arctan T\omega = \pi - T_i\omega \quad (*)$

Annahme: $T\omega \gg 1 \Rightarrow \arctan T\omega \approx \frac{\pi}{2} \quad (*) \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2T_i} = \omega_{krit} \quad (\text{sofern } T\omega_{krit} \gg 1)$

$$T_i \ll \frac{\pi}{2} T$$

Damit: $V_{krit} = \sqrt{1+T^2\omega_{krit}^2} = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 T^2}{4 T_i^2}}$

Je größer T_i , desto kleiner V_{krit} und damit bei festem V den Abstand zur Stabilitätsgrenze, d.h. die Totzeit wirkt destabilisierend (gilt allgemein).